Piotr Grabowski

Program nauczania matematyki w zakresie rozszerzonym  
dla szkoły ponadpodstawowej

Prosto do matury

logoNE_rgb

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Warszawa 2019

Spis treści

[Wstęp 3](#_Toc1573339)

[Cele kształcenia 3](#_Toc1573340)

[Procedury osiągania celów 4](#_Toc1573341)

[Materiał nauczania i przewidywane umiejętności uczniów 6](#_Toc1573342)

[Klasa 1 6](#_Toc1573343)

[Treści nauczania 6](#_Toc1573344)

[Przewidywane umiejętności uczniów 9](#_Toc1573345)

[Klasa 2 13](#_Toc1573346)

[Treści nauczania 13](#_Toc1573347)

[Przewidywane umiejętności uczniów 15](#_Toc1573348)

[Klasa 3 19](#_Toc1573349)

[Treści nauczania 19](#_Toc1573350)

[Przewidywane umiejętności uczniów 21](#_Toc1573351)

[Klasa 4 24](#_Toc1573352)

[Treści nauczania 24](#_Toc1573353)

[Przewidywane umiejętności uczniów 26](#_Toc1573354)

[Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć uczniów 27](#_Toc1573355)

[Orientacyjny przydział godzin lekcyjnych 29](#_Toc1573356)

# Wstęp

*W matematyce umiejętności są znacznie ważniejsze od wiadomości, dlatego też  
w nauczaniu matematyki to, jak uczymy, może być ważniejsze od tego, czego uczymy.*

György Polya

*Program nauczania matematyki dla szkół średnich. Kształcenie ogólne w zakresie rozszerzonym*w pełni respektuje założenia reformy szkolnictwa oraz zatwierdzonej przez MEN podstawy programowej kształcenia ogólnego z dn. 5.07.2017 r. Omówione w nim treści nauczania  
w zasadzie nie wykraczają poza zalecenia podstawy programowej. Matematyka daje jednak nauczycielom możliwości poszerzania materiału o zadania ciekawe i o zróżnicowanym stopniu trudności. Wystarczy sięgnąć do interesujących materiałów z olimpiad i innych konkursów matematycznych. Warto je ćwiczyć już od klasy pierwszej, tym bardziej, że wiele z nich dotyczy teorii liczb. Lekcje nie powinny być nudne, zwłaszcza dla zdolnych uczniów, którzy zdecydowali się na program matematyki w zakresie rozszerzonym.

Program składa się z kilku części. Na początku wymieniono w nim najważniejsze cele edukacyjne i wychowawcze kształcenia w zakresie matematyki. Kolejną część poświęcono procedurom osiągania celów oraz metodom sprawdzania i oceny osiągnięć uczniów. Następnie omówiono materiał nauczania oraz przewidywane osiągnięcia uczniów. Program kończą uwagi na temat jego realizacji oraz orientacyjny przydział godzin.

Do decyzji nauczyciela należy wybór, czy realizować podaną propozycję, czy dokonać w niej korekty. Nie można zakładać jednolitego schematu nauczania nawet w obrębie jednego programu. Dobór form i metod nauczania należy dostosować do warunków: liczby uczniów, wyposażenia szkoły, planu zajęć itd.

# Cele kształcenia

Nauka matematyki powinna wspomagać rozwój intelektualny uczniów, przygotowywać ich do działań zespołowych, przyczyniać się do wszechstronnego kształtowania ich osobowości  
i pomagać im w poznawaniu i rozumieniu problematyki rozwoju kraju i świata.

**Cele edukacyjne:**

* opanowanie umiejętności: uogólniania przykładów, formułowania hipotez i twierdzeń, przeprowadzania prostych rozumowań dedukcyjnych;
* opanowanie umiejętności: podawania przykładów i kontrprzykładów, definiowania pojęć, posługiwania się definicjami;
* przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych; podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania; odróżnianie dowodu od przykładu;
* dostrzeganie regularności, podobieństw i analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności;
* dobieranie argumentów uzasadniających poprawność rozwiązywania problemów; tworzenie ciągu argumentów gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań;
* stosowanie i tworzenie strategii rozwiązywania zadań, również w sytuacjach nietypowych;
* używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań, uzasadniania wniosków i przedstawiania danych;
* wykształcenie umiejętności budowania modeli matematycznych różnych sytuacji z życia codziennego oraz ich wykorzystywania do rozwiązywania problemów;
* tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie obiektów istniejących  
  w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu;
* wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań;
* opanowanie umiejętności potrzebnych do ilościowej oceny i opisu zjawisk;
* wykształcenie wyobraźni przestrzennej przez wyznaczanie związków metrycznych  
  i miarowych w figurach geometrycznych, także w otaczającej rzeczywistości;
* nauczenie wykrywania związków między liczbowymi parametrami zjawisk, szacowania wartości tych parametrów, opisywania związków pomiędzy nimi za pomocą równań  
  i nierówności, wykrywania między nimi zależności funkcyjnych lub rekurencyjnych, analizowania ich własności oraz wyznaczania ich stanów optymalnych i ekstremalnych;
* opanowanie umiejętności odczytywania własności związków opisanych wykresami, diagramami itp.; konstruowanie wykresów;
* nauczenie wykonywania działań na liczbach i wyrażeniach algebraicznych;
* opanowanie umiejętności sporządzania notatek;
* opanowanie umiejętności korzystania z podręczników, pomocy naukowych, komputera, kalkulatora itp.

**Procesy wychowawcze**

* nauka dobrej organizacji pracy, wytrwałości i systematyczności w dążeniu do celu;
* kształcenie umiejętności logicznego rozumowania;
* wyrabianie samodzielności, dociekliwości i krytycyzmu;
* rozwijanie zdolności poznawczych;
* pobudzanie aktywności umysłowej;
* rozwijanie umiejętności prezentowania wyników własnej pracy i dowodzenia swoich racji  
  z wykorzystaniem precyzyjnego języka matematyki;
* rozwijanie umiejętności współpracy w zespole i dyskutowania z wykorzystaniem argumentów merytorycznych.

# Procedury osiągania celów

Planując cykl lekcji poświęconych konkretnemu zagadnieniu (np. funkcji kwadratowej, zastosowaniom trygonometrii), warto zarezerwować czas na powtórzenie i usystematyzowanie materiału. Materiał można rozszerzyć o zadania ciekawsze i trudniejsze.

Przy wprowadzaniu nowych pojęć ważne jest stopniowanie trudności. Utrwalanie nowych pojęć zaczynamy od przykładów i zadań najprostszych, po czym przechodzimy do coraz bardziej skomplikowanych. W procesie nauczania matematyki ważną rolę odgrywa rozwiązywanie zadań. Bardzo istotne jest zróżnicowanie ich tematyki. Dotyczy to także prac domowych. Pamiętajmy, że monotonne powtarzanie tych samych czynności skutecznie niszczy zainteresowanie matematyką.

Aby przybliżyć uczniom wprowadzane pojęcia, warto zwrócić uwagę na ich powiązanie z życiem codziennym (np. pokazać, jak – znając procenty – można ocenić różne systemy kredytowania). Tematyka zadań powinna ukazywać zastosowania matematyki w różnych dziedzinach życia. Warto skłonić uczniów do samodzielnego wyszukiwania informacji w materiałach źródłowych (m.in. do świadomego korzystania z danych statystycznych).

Przy omawianiu materiału istotne jest stosowanie pomocy naukowych: komputera, kalkulatora, tablic matematycznych, modeli, plansz, diagramów, wykresów itp., w sposób przemyślany. Zamiast wykonywać długie, żmudne i nudne rachunki, ćwiczmy działania na kalkulatorze. Umiejętność posługiwania się kalkulatorem przyda się w życiu każdemu. Nie zapominajmy jednak o zachowaniu proporcji – uczniowie nie powinni wykorzystywać kalkulatora do prostych obliczeń.

Oprócz tradycyjnych lekcji w formie wykładu, warto wprowadzać metody aktywizujące. Jedną  
z nich jest praca w małych grupach, 3‒4-osobowych. Wspólne zmaganie się z problemami jest skuteczniejsze i mniej stresuje niż wysiłek jednostkowy. Poszukiwanie błędów w pracach własnych i pracach kolegów wyrabia nawyk samodzielnego sprawdzania rozwiązań. Ponadto ułatwia pracę w domu, która powinna stanowić kontynuację zajęć lekcyjnych. Istotne jest także nauczenie się korzystania z podręczników i zbiorów zadań.

Umiejętność wykonywania notatek z lekcji bywa często niedoceniana zarówno przez uczniów, jak i przez nauczycieli. Warto temu zagadnieniu poświęcić więcej uwagi, zwłaszcza że wielu absolwentów wybierze dalsze kształcenie o kierunku matematycznym lub technicznym.

W procesie dydaktycznym ważne jest utrwalanie i sprawdzanie wiadomości i umiejętności. Służą do tego odpowiedzi ustne oraz pisemne prace klasowe, w tym testy jednokrotnego  
i wielokrotnego wyboru.

Zadbajmy, by tok nauczania był jak najbardziej zindywidualizowany, zwłaszcza jeśli mamy do czynienia z uczniami o zróżnicowanych zainteresowaniach i zdolnościach.

Dobierając metody pracy warto odpowiedzieć sobie na dwa pytania: przed lekcją – czego chcemy dziś uczniów nauczyć, a po niej – czego ich faktycznie nauczyliśmy. Świadomość celów kształcenia w widoczny sposób zwiększa szansę ich realizacji.

Chcąc osiągnąć cele wychowawcze, pamiętajmy o tym, że najefektywniej się wychowuje, dając dobry przykład.

# Materiał nauczania i przewidywane umiejętności uczniów

## Klasa 1

(4 godziny tygodniowo, razem 140 godzin)

### Treści nauczania

1. **Liczby**
2. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych, prawa i kolejność wykonywania działań
3. Wzory skróconego mnożenia: , oraz 
4. Wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias w sumach algebraicznych
5. Liczby naturalne i całkowite, liczby pierwsze i złożone
6. Liczby rzeczywiste, zapis dziesiętny liczby rzeczywistej, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe
7. Potęga o wykładniku naturalnym, całkowitym i jej własności, potęga: iloczynu  
   i ilorazu, potęg; mnożenie i dzielenie potęg przy takich samych podstawach.
8. Potęga o wykładniku wymiernym
9. Pierwiastki kwadratowe i sześcienne, pierwiastki wyższych stopni (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych), związek pierwiastkowania  
   z potęgowaniem, prawa działań na pierwiastkach
10. Potęga o wykładniku wymiernym, własności monotoniczności potęgowania
11. Pojęcie logarytmu, własności logarytmów, związek logarytmowania  
    z potęgowaniem, logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu
12. **Równania i nierówności**
13. Równoważność równań i równoważność nierówności
14. Nierówności liniowe, układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
15. Równania i nierówności liniowe z parametrami
16. Oś liczbowa, przedziały liczbowe
17. Działania na zbiorach
18. Wartość bezwzględna liczby, jej interpretacja algebraiczna i geometryczna
19. Równania i nierówności z wartością bezwzględną typu: , , ,  oraz 
20. Układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi, interpretacja układu równań: oznaczonych, sprzecznych i nieoznaczonych (bez interpretacji geometrycznej), rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
21. Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych  
    w kontekście praktycznym
22. **Funkcje i ich własności**
23. Definicja funkcji jako przyporządkowania , przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabele, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne itd.
24. Dziedzina funkcji i zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorem (także różnymi wzorami na różnych przedziałach)
25. Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności  
    w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach; odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości, a także wartości największej (najmniejszej) osiąganej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale, odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości
26. Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych
27. Definicja funkcji monotonicznej na przedziale , wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
28. Funkcja , jej wykres i własności wykorzystywane do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi
29. Pojęcie wektora, jego współrzędne i długość, suma wektorów, iloczyn wektora  
    i liczby (analitycznie i geometrycznie); wektory równe; współrzędne środka odcinka
30. Przesunięcie wykresu funkcji  wzdłuż osi układu współrzędnych: , 
31. Przekształcanie wykresu funkcji  przez symetrie względem osi układu współrzędnych: , 
32. Wykres funkcji 
33. Przesunięcie wykresu funkcji  o wektor: wykresy 
34. **Funkcja liniowa**
35. Od proporcjonalności prostej do funkcji 
36. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego; rysowanie wykresów funkcji liniowych; przesunięcie wykresu funkcji liniowej  wzdłuż osi układu współrzędnych; punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
37. Monotoniczność funkcji liniowej
38. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu (wykorzystanie interpretacji współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego)
39. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty; współczynnik kierunkowy prostej
40. Współliniowość punktów
41. Równanie prostej w postaci ogólnej
42. Geometryczna interpretacja układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi
43. Wzajemne położenie dwóch prostych, wyznaczanie równania prostej o zadanych własnościach, jak: znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej
44. **Funkcja kwadratowa I**
45. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
46. Interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji kwadratowej  
    w postaci kanonicznej, współrzędne wierzchołka paraboli
47. Dla kolejno wprowadzanych postaci funkcji i ich wykresów:
48. ,
49. ,
50. ,
51. ,

odczytywanie z wykresu: dziedziny, zbioru wartości, wartości największej  
i wartości najmniejszej w dziedzinie lub na określonym przedziale, przedziałów monotoniczności, równania osi symetrii paraboli, liczba miejsc zerowych

1. Postać ogólna funkcji kwadratowej: , wyprowadzenie wzoru: .
2. **Figury na płaszczyźnie I**
3. Figury wypukłe i niewypukłe
4. Liczba przekątnych w *n*-kącie wypukłym
5. Nierówność trójkąta
6. Trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne; symetralna boku, dwusieczna kąta, wysokość, środkowa; twierdzenie o sumie kątów trójkąta; kąt zewnętrzny trójkąta
7. Przystawanie figur; przykłady cech przystawania figur na płaszczyźnie (odcinki, kwadraty, okręgi, kąty itp.)
8. Cechy przystawania trójkątów

### Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy pierwszej uczniowie powinni:

* wykonywać działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
* stosować wzory skróconego mnożenia: , oraz ;
* wyłączać wspólny czynnik poza nawias w sumach algebraicznych;
* przeprowadzać proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia;
* znać dowód na istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych;
* przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
* zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne okresowe i odwrotnie;
* porównywać liczby rzeczywiste;
* dowodzić niewymierności, np. liczby ;
* stosować własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych, oraz prawa działań na pierwiastkach (pierwiastek  
  z iloczynu lub ilorazu dwóch liczb, włączanie liczby pod znak pierwiastka, wyłączanie liczby spod znaku pierwiastka);
* stosować związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
* obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych;
* stosować prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych: , , , , ;
* korzystać z podstawowych własności potęg (również w kwestiach związanych  
  z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);
* stosować własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli  oraz , to , a jeśli  i , to ;
* korzystać z pojęcia logarytmu;
* stosować związek logarytmowania z potęgowaniem;
* stosować w obliczeniach wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
* stosować wzór na zamianę podstawy logarytmu;
* przekształcać równania lub nierówności w sposób równoważny;
* interpretować równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
* używać pojęcia przedziału liczbowego, zaznaczać przedziały na osi liczbowej;
* wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę przedziałów liczbowych;
* sprawdzać, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
* analizować równania i nierówności liniowe z parametrami;
* rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz ich układy  
  i zapisywać wyniki w postaci przedziałów liczbowych;
* obliczać wartość bezwzględną liczb;
* stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
* rozwiązywać równania typu: , , ,  oraz nierówności typu: , , ;
* interpretować układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi: oznaczonych, sprzecznych i nieoznaczonych;
* rozwiązywać układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
* stosować układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
* określać funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
* obliczać wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
* odczytywać i interpretować wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
* obliczać ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu i wyznaczać (poznanymi metodami rozwiązywania równań) argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość;
* rysować wykresy funkcji liczbowych danych tabelą;
* odczytywać z wykresu funkcji jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby  
  (w szczególności liczbę rozwiązań równania , rozwiązania nierówności: , );
* znajdować na podstawie wykresu funkcji jej wartości największe (najmniejsze)  
  w dziedzinie lub jej podzbiorze (w szczególności w przedziale domkniętym);
* szkicować wykres funkcji  dla danego a, korzystać ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
* znać pojęcie wektora, obliczać jego współrzędne i długość;
* porównywać wektory, wyznaczać współrzędne np. środka odcinka;
* dodawać wektory i mnożyć wektor przez liczbę, wykonywać te działania analitycznie i geometrycznie;
* przekształcać wykresy funkcji (przesunięcia i symetrie względem osi układu);
* na podstawie wykresu funkcji  rysować wykres funkcji ;
* rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
* wyznaczać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie;
* interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
* wykorzystywać własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itd., także osadzonych w kontekście praktycznym;
* posługiwać się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaciach kierunkowej  
  i ogólnej;
* podawać interpretację geometryczną układów: oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
* wyznaczać równanie prostej o danych własnościach (jak: przechodzenie przez dwa punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej);
* rozpoznawać wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, m.in. znajdować wspólny punkt dwóch prostych, jeśli istnieje;
* interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej;
* szkicować wykres funkcji kwadratowej na podstawie jej wzoru;
* interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej;
* wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub jej wykresie;
* rozpoznawać figury wypukłe;
* znać zależność między liczbą boków a liczbą przekątnych wielokąta wypukłego;
* stosować cechy przystawania trójkątów;
* przeprowadzać dowody geometryczne z zastosowaniem poznanych własności figur.

## Klasa 2

(4 godziny tygodniowo, razem 140 godzin)

### Treści nauczania

1. **Funkcja kwadratowa II**
2. Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej
3. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej, wyróżnik trójmianu kwadratowego i związek jego znaku z liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej, postać iloczynowa funkcji kwadratowej
4. Równanie kwadratowe niepełne: , ; rozwiązywanie równań kwadratowych z wykorzystaniem wzorów na miejsca zerowe funkcji kwadratowej
5. Wzory Viète’a
6. Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą
7. Równanie kwadratowe z parametrem
8. Nierówności kwadratowe z parametrem
9. Przykłady równań wyższych stopni oraz równań wymiernych prowadzących do równań liniowych lub kwadratowych
10. Przykłady układów równań, z których jedno jest kwadratowe, a drugie – liniowe
11. Wyznaczanie punktów przecięcia prostych i paraboli (jeśli istnieją)
12. Wyznaczanie równania paraboli o danych własnościach
13. **Wielomiany i wyrażenia wymierne**
14. Wielomian jednej zmiennej, stopień wielomianu, wielomiany równe
15. Działania w zbiorze wielomianów: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, redukcja wyrazów podobnych
16. Wzory skróconego mnożenia: , , ,  , , 
17. Równania wielomianowe
18. Rozkład wielomianu na czynniki
19. Dzielenie wielomianów
20. Twierdzenie Bézouta i jego zastosowanie
21. Pierwiastki wielokrotne
22. Jednomian i wielomian wielu zmiennych
23. Nierówności wielomianowe
24. Wyrażenia wymierne, działania na wyrażeniach wymiernych
25. Równania i nierówności wymierne postaci , gdzie wielomiany  i  są zapisane w postaci iloczynowej
26. Zastosowania funkcji wymiernych
27. **Figury na płaszczyźnie II**
28. Symetria środkowa, symetria osiowa, twierdzenia o punktach przecięcia w trójkącie (symetralnych boków, dwusiecznych kątów, środkowych, wysokości)
29. Wielokąty foremne i ich podstawowe własności
30. Okręgi i proste, twierdzenie o odcinkach stycznych
31. Środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie
32. Kąty w kole (kąt środkowy, kąt wpisany, kąt między styczną a cięciwą)
33. Czworokąt wpisany w okrąg
34. Czworokąt opisany na okręgu
35. Pola i obwody figur
36. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym (twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa)
37. Twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
38. Jednokładność
39. Podobieństwo, cechy podobieństwa trójkątów
40. **Trygonometria I**
41. Funkcje trygonometryczny kąta ostrego
42. Związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego
43. Zastosowania funkcji trygonometrycznych
44. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta
45. Własności funkcji trygonometrycznych
46. **Funkcje wykładnicze i logarytmiczne**
47. Własności logarytmów – powtórzenie
48. Działania na potęgach i logarytmach – powtórzenie
49. Funkcja wykładnicza , jej wykres i własności wykorzystywane do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi
50. Funkcja logarytmiczna , jej wykres i własności wykorzystywane do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi

### Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy drugiej uczniowie powinni:

* wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
* rozwiązywać zadania optymalizacyjne w sytuacjach, które można opisać funkcją kwadratową;
* wyprowadzać wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
* wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
* interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej  
  w postaciach: kanonicznej, ogólnej i iloczynowej (jeśli istnieje);
* odczytywać z wykresu własności funkcji kwadratowej: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, rozwiązania nierówności: ;
* rozwiązywać równania kwadratowe niepełne i równania kwadratowe, które można sprowadzić do postaci iloczynowej, np. stosując wzory skróconego mnożenia , ; rozwiązywać równania kwadratowe, korzystając ze wzorów na miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
* wyprowadzać wzory Viète’a;
* stosować wzory Viète’a dla równań kwadratowych;
* rozwiązywać metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest kwadratowe, a drugie – liniowe, o postaci:  lub ;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
* analizować równania kwadratowe z parametrami;
* analizować nierówności kwadratowe z parametrami;
* wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itd., także osadzonych w kontekście praktycznym;
* dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany jednej i wielu zmiennych;
* odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
* obliczać wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
* stosować wzory skróconego mnożenia: , , , , , , , w szczególności usuwać niewymierność z mianownika;
* wyłączać poza nawias jednomian z sumy algebraicznej; rozkładać wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnikaprzed nawias i metodą grupowania wyrazów;
* rozwiązywać równania wielomianowe, które można doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
* rozwiązywać równania wielomianowe postaci  dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takie, które można doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias i metodą grupowania;
* znajdować pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;
* dzielić wielomian jednej zmiennej  przez dwumian postaci ;
* znać dowód i stosować twierdzenie (Bézouta) o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci  wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu  
  i resztę (algorytm Hornera – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia);
* rozwiązywać nierówności wielomianowe typu: , , ,  dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które można doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias i metodą grupowania;
* wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego; dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; skracać wyrażenia wymierne;
* dowodzić monotoniczności funkcji, jak w przykładzie: Wykaż, że funkcja  jest monotoniczna w przedziale ;
* rozwiązywać równania wymierne postaci , gdzie wielomiany  i  są zapisane w postaci iloczynowej;
* rozwiązywać równania i nierówności wymierne, które nie są trudniejsze niż: ;
* stosować własności symetrii środkowej, symetrii osiowej, dwusiecznej jako osi symetrii kąta, w szczególności punktu przecięcia dwusiecznych kątów trójkąta;
* udowodnić twierdzenia o punktach szczególnych w trójkącie:

1. środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie (środek ciężkości),
2. symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie,
3. wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie (ortocentrum);

* korzystać z własności wymienionych punktów szczególnych trójkąta;
* udowadniać twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
* rozpoznawać trójkąty: ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa);
* korzystać z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
* rozpoznawać wielokąty foremne i korzystać z ich podstawowych własności;
* wyznaczać promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
* korzystać z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;
* udowodnić twierdzenia o kątach w okręgu:

a) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku,

b) kąty wpisane są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach;

* stosować związki pomiędzy: kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą koła (wyznaczonymi przez ten sam łuk);
* udowodnić i stosować twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg:

„Czworokąt wypukły *ABCD* można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy

.”

* udowodnić i stosować twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu:

„Czworokąt wypukły *ABCD* można opisać na okręgu wtedy i tylko wtedy, gdy .”;

udowodnić twierdzenie: „Jeśli odcinek *CD* jest wysokością trój*ką*ta prostokątnego *ABC* o kącie prostym *ACB, t*o ,  oraz .”;

* stosować twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa;
* korzystać z cech podobieństwa trójkątów;
* korzystać z zależności między obwodami i między polami figur podobnych;
* przeprowadzać dowody geometryczne;
* wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens kątów  
  o miarach od do ; w szczególności wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ;
* stosować proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: ,  oraz ;
* korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych  
  z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
* wyznaczać miarę kąta, znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta;
* znając wartość jednej funkcji trygonometrycznej kąta, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
* korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych.
* sporządzać wykresy funkcji wykładniczej (o różnych podstawach) i opisywać jej własności;
* korzystać z funkcji wykładniczych do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
* sporządzać wykresy funkcji logarytmicznej (o różnych podstawach) i opisywać jej własności;
* korzystać z funkcji logarytmicznych do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych,  
  a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

## Klasa 3

(5 godzin tygodniowo, razem 175 godzin)

### Treści nauczania

**I. Trygonometria II**

1. Twierdzenie sinusów, twierdzenie o dwusiecznej
2. Twierdzenie cosinusów
3. Pola wielokątów; wzór na pole trójkąta ; pole i obwód koła; obliczanie pól, obwodów i innych związków miarowych z zastosowaniem poznanych wzorów i trygonometrii
4. Obliczanie pól i obwodów figur, w tym pola wycinka koła i długości łuku okręgu
5. Wzory redukcyjne
6. Miara łukowa kąta
7. Wykresy funkcji trygonometrycznych
8. Sinus i cosinus sumy i różnicy kątów
9. Równania trygonometryczne
10. Nierówności trygonometryczne
11. **Geometria analityczna**
12. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej, odległość dwóch punktów
13. Odległość punktu od prostej
14. Równanie okręgu w postaci: , równanie okręgu w postaci ogólnej, nierówność opisująca koło
15. Wzajemne położenie prostej i okręgu
16. Punkty wspólne dwóch okręgów
17. Przekształcanie figur na płaszczyźnie kartezjańskiej przez symetrie
18. Figury na płaszczyźnie kartezjańskiej – zadania
19. **Ciągi liczbowe**
20. Definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór (lub podzbiór) liczb naturalnych; ciąg skończony i nieskończony
21. Monotoniczność ciągu
22. Ciąg arytmetyczny, wzór na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego
23. Ciąg geometryczny, wzór na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów, zależność 
24. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaży ratalnej itd.
25. **Rachunek różniczkowy**
26. Ciągi zbieżne do zera
27. Działania na granicach ciągów zbieżnych, ciągi rozbieżne do nieskończoności
28. Szereg geometryczny zbieżny i jego suma
29. Granica funkcji w punkcie
30. Twierdzenia o działaniach na granicach
31. Granice jednostronne
32. Granice niewłaściwe, asymptoty pionowe i poziome wykresu funkcji
33. Obliczanie granic
34. Ciągłość funkcji w punkcie, funkcje ciągłe na swojej dziedzinie, przykłady funkcji ciągłych, własności funkcji ciągłych – twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux), twierdzenie Weierstrassa
35. Pochodna funkcji w punkcie
36. Geometryczna i fizyczna interpretacja pochodnej, styczna do wykresu, kąt przecięcia wykresów funkcji
37. Pochodna jako funkcja
38. Działania na pochodnych
39. Pochodna funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym
40. Funkcja złożona
41. Pochodna funkcji złożonej
42. Zastosowanie pochodnych
43. Znak pochodnej a monotoniczność funkcji
44. Ekstremum funkcji; wartość największa i wartość najmniejsza funkcji
45. Szkicowanie wykresów funkcji
46. Zagadnienia optymalizacyjne
47. **Kombinatoryka, rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki opisowej**
48. Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowania podzbiorów danego zbioru
49. Reguła mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności  
    w prostych sytuacjach kombinatorycznych
50. Permutacje i wariacje
51. Kombinacje
52. Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach (zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, koniunkcja i alternatywa zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się)
53. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności
54. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa
55. Elementy statystyki opisowej (badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, wariancja i odchylenie standardowe, przykłady badań statystycznych GUS, skala centylowa)
56. Wartość oczekiwana, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach

### Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy trzeciej uczniowie powinni:

* udowodnić i stosować twierdzenie sinusów;
* udowodnić i stosować twierdzenie cosinusów;
* obliczać kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązywać trójkąty);
* udowodnić i stosować wzór na pole trójkąta ;
* udowodnić i stosować twierdzenie o dwusiecznej;
* stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich i obliczania pól figur; obliczać pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
* stosować miarę łukową, zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie;
* posługiwać się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens, dla dowolnych kątów;
* stosować wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;
* wyprowadzać wzory na sinus, cosinus oraz tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych, i korzystać z nich;
* rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: , ;
* wyznaczać współrzędne środka odcinka; obliczać odległość dwóch punktów;
* obliczać odległość punktu od prostej;
* stosować równanie okręgu w postaci:  oraz w postaci ogólnej;
* znajdować punkty wspólne prostej i okręgu;
* znajdować punkty wspólne dwóch okręgów, np. rozwiązując układ równań kwadratowych postaci: ;
* znajdować obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych  
  i w symetrii środkowej względem początku układu;
* wyznaczać równania prostych równoległych i prostopadłych do danej prostej przechodzącej przez dwa punkty, w szczególności równania stycznych do okręgów, dwusiecznych kątów itp.;
* wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
* podawać przykłady ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych;
* obliczać początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;
* sprawdzać monotoniczność ciągu;
* sprawdzać, czy dany ciąg jest arytmetyczny, czy geometryczny;
* wyprowadzać i stosować wzory na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
* wyprowadzać i stosować wzory na *n*-ty wyraz i sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
* stosować zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;
* wykorzystywać własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym;
* stosować własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań związanych  
  z bankowością (lokaty i kredyty), w szczególności korzystać z pojęcia procentu składanego, obliczać podatki, zyski z lokat;
* obliczać granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu ,  oraz twierdzeń o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
* rozpoznawać zbieżne szeregi geometryczne i obliczać ich sumę;
* obliczać granice funkcji (w tym jednostronne);
* stosować własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;
* stosować definicję pochodnej funkcji;
* podawać interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;
* posługiwać się złożeniami funkcji;
* obliczać pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;
* obliczać pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym;
* stosować pochodną do badania monotoniczności funkcji;
* rozwiązywać zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej;
* zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
* stosować podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona): , , , ;
* znać kombinatoryczny dowód tożsamości: Jeśli , to ;
* znać dowody wzoru dwumianowego Newtona, wzorów skróconego mnożenia na  (przy odpowiednich założeniach dla *n*) oraz jako wniosek: dla liczb całkowitych *a* i *b* ;
* ustalać liczbę możliwych sytuacji spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;
* obliczać prawdopodobieństwo wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa oraz stosując jego elementarne własności;
* obliczać średnią arytmetyczną i średnią ważoną; wyznaczać medianę i dominantę;
* obliczać odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych) oraz interpretować ten parametr dla danych empirycznych;
* obliczać wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach;
* stosować skalę centylową;
* obliczać odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretować odchylenie standardowe zestawu danych dla danych empirycznych;
* krytycznie analizować dane doświadczalne (badania statystyczne) i ich graficzne reprezentacje, operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawów danych.

## Klasa 4

(6 godzin tygodniowo, razem 156 godzin)

### Treści nauczania

1. **Rachunek prawdopodobieństwa II**
2. Własności prawdopodobieństwa
3. Prawdopodobieństwo warunkowe
4. Wzór Bayesa
5. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym
6. Schemat Bernoulliego
7. **Stereometria**
8. Proste i płaszczyzny w przestrzeni
9. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni
10. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (dowody):
11. Dane są proste *k*, *l* i *m* leżące na jednej płaszczyźnie. Jeśli proste *k* i *l* przecinają się i prosta *n* jest do nich prostopadła, to prosta *n* jest także prostopadła do prostej *m*.
12. Prosta *k* przecina płaszczyznę *P* i nie jest do niej prostopadła. Prosta *l* jest rzutem prostokątnym prostej *k* na płaszczyznę *P*. Prosta *m* leży na płaszczyźnie *P*. Wówczas proste *k* i *m* są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy proste *l* i *m* są prostopadłe.
13. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny
14. Kąt dwuścienny
15. Graniastosłupy, graniastosłupy prawidłowe i proste, prostopadłościany
16. Ostrosłupy, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości
17. Przekroje wielościanów
18. Bryły obrotowe (walec, stożek, kula, sfera)
19. Wielościany wpisane w bryły obrotowe
20. Wielościany opisane na bryłach obrotowych
21. Pola powierzchni i objętości wielościanów – powtórzenie wzorów, obliczenia, również z zastosowaniem trygonometrii
22. Pola powierzchni i objętości brył obrotowych – obliczenia, również z zastosowaniem trygonometrii
23. Zadania optymalizacyjne

**III. Zakończenie**

1. Dowody w algebrze
2. Dowody w geometrii
3. Powtórzenie przed maturą

### Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy czwartej uczniowie powinni:

* obliczać prawdopodobieństwo warunkowe i stosować wzór Bayesa;
* stosować twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;
* stosować schemat Bernoulliego;
* rozpoznawać wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
* posługiwać się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną i pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
* udowadniać i stosować twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny  
  i twierdzenie o trzech prostopadłych;
* rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami  
  (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), obliczać miary tych kątów;
* rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami a płaszczyznami (między krawędziami a ścianami, między przekątnymi a ścianami), obliczać miary tych kątów;
* określać, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
* wyznaczać przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz obliczać ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii;
* stosować twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości;
* rozpoznawać w walcach i stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami a płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą stożka), obliczać miary tych kątów;
* wykorzystywać zależność między objętościami brył podobnych;
* obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka  
  i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii;
* przeprowadzać dowody w zakresie zagadnień z algebry;
* przeprowadzać dowody geometryczne.

# Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć uczniów

Jednym z najtrudniejszych zadań nauczyciela jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Jego prawidłowe wykonanie jest niezbędne dla:

* ucznia, bo potwierdza lub kwestionuje jego samoocenę (tym samym uczy go właściwego oceniania samego siebie); jest sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć; motywuje go do dalszego kształcenia oraz rozwijania własnych uzdolnień  
  i zainteresowań;
* nauczyciela, bo dostarcza informacji o poprawności stosowanych przez niego metod nauczania i stopniu osiągnięcia celów edukacyjnych.

Matematyka jest dyscypliną nauki, w której umiejętności tylko pozornie są łatwe do oceny. Częstym błędem jest np. klasyfikowanie pisemnych rozwiązań zadań wyłącznie w dwóch kategoriach: błędne, bezbłędne, bo można tak postępować tylko w stosunku do testów. Największą trudność sprawia ustalenie, czy uczeń rozumie to, co robi. Bardzo ważne jest więc zadawanie mu pytań sprawdzających rozumienie kolejnych etapów pracy.

Z powyższych uwag wynika, że metody sprawdzania osiągnięć ucznia warto urozmaicać. Nie należy przy tym każdego sprawdzania umiejętności kończyć oceną wyrażoną stopniem. Uczeń powinien kształcić się na własnych błędach i twórczo poszukiwać właściwych rozwiązań. Nie można dopuszczać do sytuacji, w których strach przed negatywną oceną paraliżuje i odbiera uczniom chęć aktywnego uczestniczenia w lekcji. Swobodne wypowiedzi są dla nauczyciela wskazówką, czy proces dydaktyczny przebiega prawidłowo.

Warto polecać uczniom przygotowanie publicznej prezentacji rozwiązania problemu, który wcześniej opracują w grupach 2‒3-osobowych. Takie zadanie skutecznie motywuje do starań o dokładne zrozumienie tematu. Podczas prezentowania wyników pracy przez **jednego** z członków grupy, należy dociekliwie pytać: „skąd ten wniosek?”, „dlaczego?”, „czy zawsze?”, „czy dla dowolnych?” itp. Uczniowie – przyzwyczajeni do takiej formy pracy – podczas przygotowywania prezentacji zwykle stawiają sobie nawzajem podobne pytania. Jest to bardzo efektywny sposób nauki, a dla nauczyciela prezentacja jest jedną z najlepszych metod sprawdzenia, czy pojęcia i teorie matematyczne, zwłaszcza trudniejsze, zostały dobrze zrozumiane.

Uczniom należy zadawać pracę do domu, ale spełni ona swoje zadanie pod warunkiem, że nauczyciel będzie kontrolował poprawność jej wykonania. Nie powinno to jednak łączyć się z wystawianiem stopnia.

Nie rezygnujmy z tradycyjnej formy odpowiedzi ustnej ocenianej stopniem. Uczeń powinien umieć prezentować swoje umiejętności nawet w dużym stresie. Warto tak zaplanować lekcje, aby w ciągu semestru każdy uczeń otrzymał przynajmniej jedną ocenę z odpowiedzi ustnej.

Pisemne sprawdziany wiadomości to zwykle kartkówki, prace klasowe i testy. Krótkie kartkówki są wygodną formą kontroli umiejętności nabytych w trakcie ostatnich (3‒4) lekcji. Powinny one być raczej oceną sprawności rachunkowej, znajomości i stosowania definicji itp., niż umiejętności rozwiązywania zadań problemowych. Po większej partii materiału przeprowadza się na ogół godzinne prace klasowe. Przygotowanie prawidłowego zestawu zadań jest dla nauczyciela swoistym wyzwaniem, ponieważ:

* zadań nie powinno być więcej niż trzy, cztery;
* należy je różnicować pod względem trudności;
* rozwiązania zadań powinny dać możliwość oceny pracy w pełnej skali, od niedostatecznej do celującej;
* niektóre problemy należy tak sformułować, aby uczniowie mieli możliwość wykazania się myśleniem twórczym.

To tylko niektóre z cech dobrze przygotowanej pracy klasowej.

Coraz częściej stosowaną formą pracy pisemnej są testy. Młodzi ludzie wcześniej czy później spotkają się z taką formą sprawdzianu, warto więc ćwiczyć z nimi umiejętność ich rozwiązywania. Praktyka dowodzi, że bez wcześniejszego treningu nawet osobie dobrze przygotowanej merytorycznie trudno prawidłowo rozwiązać egzamin testowy.

Zdaniem autora niezwykle ważne jest staranne, rzetelne, w pełni profesjonalne przygotowanie każdego sprawdzianu. Stosując obowiązujący w Polsce system oceniania, warto zadbać o przejrzystość kryteriów i konsekwencję w ich stosowaniu; wiadomo, jak bardzo ocena niesprawiedliwa lub nieuzasadniona zniechęca do nauki.

Zadaniem nauczyciela jest opracowanie na początku roku szkolnego Przedmiotowego Systemu Oceniania zgodnego z Wewnątrzszkolnym Systemem Oceniania. Obydwa dokumenty, zatwierdzone przez radę pedagogiczną, powinny uwzględniać: specyfikę szkoły, środowisko uczniów, profil klasy itd. Szczegółowe zasady oceniania wewnątrzszkolnego określa statut szkoły, z uwzględnieniem przepisów rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 19 kwietnia 1999 r. (z późniejszymi zmianami)  
w sprawie zasad oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania egzaminów i sprawdzianów w szkołach publicznych. Prezentowany niżej katalog wymagań programowych należy zatem traktować jako propozycję do rozważenia, wymagającą dostosowania do sytuacji każdej klasy. Dotyczy to zwłaszcza podziału wymagań na dwie kategorie: podstawowe i ponadpodstawowe.

# Orientacyjny przydział godzin lekcyjnych

|  |  |
| --- | --- |
| **KLASA 1**  4 godziny × 35 tygodni = 140 godzin |  |
| Liczby | 20 |
| Równania i nierówności | 24 |
| Funkcje | 31 |
| Funkcja liniowa | 19 |
| Funkcja kwadratowa I | 12 |
| Figury na płaszczyźnie I | 8 |
| Godziny do dyspozycji nauczyciela | 26 |

|  |  |
| --- | --- |
| **KLASA 2**  5 godzin × 35 tygodni = 175 godzin |  |
| Funkcja kwadratowa II | 35 |
| Wielomiany i wyrażenia wymierne | 45 |
| Figury na płaszczyźnie II | 30 |
| Trygonometria I | 26 |
| Funkcje wykładnicze i logarytmiczne | 15 |
| Godziny do dyspozycji nauczyciela | 24 |

|  |  |
| --- | --- |
| **KLASA 3**  5 godzin × 35 tygodni = 175 godzin |  |
| Trygonometria II | 26 |
| Geometria analityczna | 29 |
| Ciągi liczbowe | 20 |
| Rachunek różniczkowy | 45 |
| Kombinatoryka i teoria prawdopodobieństwa I | 25 |
| Statystyka | 6 |
| Godziny do dyspozycji nauczyciela | 24 |

|  |  |
| --- | --- |
| **KLASA 4**  6 godzin × 26 tygodni = 156 godzin |  |
| Teoria prawdopodobieństwa II | 15 |
| Stereometria | 25 |
| Dowody w algebrze | 15 |
| Dowody w geometrii | 15 |
| Powtórzenie materiału przed maturą | 60 |
| Godziny do dyspozycji nauczyciela | 26 |